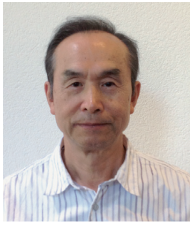
ＬＣＣとの競争下にある高速鉄道の動的価格決定モデル

青山学院大学社会情報学研究科特任教授
公益財団法人中部圏社会経済研究所研究顧問
澤木　勝茂



＊プロフィール

ブリティッシュ・コロンビア大学大学院経営学研究科経営科学専攻博士課程修了（Ph.D（経営学））。京都大学大学院博士（工学（論工博第3234号））。南山大学経営学部助教授、同教授、ブリティッシュ・コロンビア大学客員教授、大阪大学経済学部寄附講座客員教授、南山大学数理情報システム学科教授を経て、南山大学ビジネス研究科長。2013年退職、青山学院大学社会情報学研究科特任教授、今日に至る。

１．はじめに

今日の日本にとって都市間交通における航空機と高速鉄道の最適な交通モードミックスを中長期的な視点から考えることは、極めて重要な研究テーマである。なぜならば、グローバル化の進展の下でヒト・モノ・金・情報がかつてない規模で大きく国を超えて動いている今日、現代の市場経済を前提とした経済活動・国際貿易の発達は、ヒト・モノの移動手段としての輸送モードに強く依存し、それぞれの国の経済発展にとって重要な鍵となっているからである。鉄道輸送および航空輸送は経済統合（例えば自由貿易協定に基づく経済圏等）に基づく地域の成長に欠くことのできないものである。このことは、国や地域の経済発展にとって効率的な航空・鉄道輸送ネットワークの確立が極めて重要な課題であることを示唆している。

本研究では、日本における航空交通市場の自由化が高速鉄道にどのような影響を与えているか、その自由化の効果を評価するために、ＬＣＣとの競争を考慮した高速鉄道の動的価格決定モデルを考察する。特に、本研究は、複数の企業（モードとして航空会社、鉄道会社、バス会社など）が複数の代用可能な陳腐化商品（各ダイヤの座席）を販売する動的価格決定問題を定式化し、そこでの最適な価格政策を考察する。

今日、多くの消費者は、インターネットを用いて料金と日程を考慮してチケットの購入を行なっている。従って、座席の需要は、自らの料金ばかりでなく競合する交通手段の類似の運行スケジュールとその料金に依存する。本論文では、複数の代替可能な運行スケジュールをもつ異なる交通手段（航空機）との競争下の高速鉄道の収益管理を考察する。目的は、高速鉄道が提供する全ての運行スケジュールからの総収益を最大にすることである。本モデルでは、各運行スケジュールの需要は料金および料金以外の要因（快適さ、所要時間、頻度など）に依存し、多項ロジットモデルを用いて客の交通手段の選択行動を分析する。

これまでに、航空座席に対する収益管理の研究は数多くおこなわれているが、旅客鉄道の収益管理問題を扱った研究は少なく、Armstrong and Meissner（2011）に旅客と貨物輸送における収益管理モデルがまとめられている。また、Sibdari et al.（2008）は複数スケジュールを考慮した収益管理問題に対する価格政策を導出し、アメリカの高速鉄道会社Amtrakのデータをもとに分析をおこなっている。Dong et al.（2009）は独占市場において複数の商品に対する動的価格政策と最適な発注量を動的計画法により定式化し、最適政策を求めている。Lin and Sibdari（2009）は１商品を市場で販売する２企業の競争をゲームとして定式化し、動的価格のナッシュ均衡を求めている。本研究では、Dong et al.（2009）とLin and

Sibdari（2009）を拡張することで、複数の企業が複数の商品を市場で販売する競合モデルを構築する。

第２節では、本研究の背景について簡潔に説明し、第３節でモデル化に必要な仮定を設けたあと、動的価格決定モデルを動的計画法により定式化する。第４節では、定式化したモデルから最適価格政策を導出し、定性的な性質を示す。第５節では、航空と新幹線の２社がそれぞれ１つのスケジュールを販売する場合に対して数値計算をおこない、動的価格政策が収益に与える影響を分析するとともに、価格が予約期間内にどのように変化するかを示す。第６節では、リニア中央新幹線（以下、リニア）が導入された場合の各交通機関の東京－大阪間の占有率と価格政策の評価を行う。最後に、まとめと今後の課題を述べる。

２．研究の背景

近年、輸送市場は格安航空会社（Low Cost Carrier，ＬＣＣ）の参入により、航空会社と鉄道会社の競争が活発化している。日本においても国内線にあっては2012年３月に関西国際空港を拠点とするPeach Aviationが就航し、2012年８月には成田国際空港を拠点としてエアアジア・ジャパンおよびジェットスター・ジャパンのＬＣＣが営業を開始した。中部国際空港（セントレア）においてもエア・アジアが今年度営業を開始している。ＬＣＣは、トータルとしての運航費用を安くし、その結果として格安の航空運賃を実現するビジネスモデルである。その平均搭乗率は約80％（週刊ダイアモンド第100巻27号）といわれている。さらにＬＣＣはＦＳＡ（Full Service Airlines）と比べて座席が狭いことや多くのサービスを削減または有料化しているため、短距離路線（飛行時間は約４時間以内）に集中しており、高速鉄道との競争は避けられない。高速鉄道は、このようなＬＣＣとの競合に打ち勝つべくさまざまな対策と戦略を考える必要がある。このような背景の下で戦略的対策の一つとしてオペレーションズ・リサーチ（ＯＲ）の収益管理モデルは有益である。

航空会社や鉄道会社が販売する商品（チケット）は、離陸後または出発後に在庫することが不可能という意味で陳腐化商品である。このような商品を扱う輸送機関が、曜日や時間帯および空席状況を勘案して価格設定することは、企業収益に直結する。我が国の高速鉄道の価格設定の現状は、基本的に距離に応じて設定され販売期間を通じて一定である。今日、インターネットの普及により利用者は輸送機関毎の運賃、空席状況などの情報をリアリタイムに得ることができるばかりでなく、予約やキャンセルも瞬時に行うことができる。一方で、航空会社や鉄道会社もまた空席情報の提供や価格の設定変更も、インターネット上では瞬時にコストをほとんどかけることなく変更できる。このように利用者が料金に関してセンシティブで、輸送業者が価格変更の利便性と収益への貢献度に敏感ならば、商品価格を競争相手の価格情報と空席状況に応じて価格を時々刻々と変化させる動的価格政策は有効な戦略である。

３．動的価格決定モデルの定式化

この節では、競合関係にある複数の輸送機関の期待収益を最大にする価格政策を導出するためのモデルを収益管理モデルに基づいて定式化する。離散時間を想定し、各期に顧客は輸送機関のチケットを購入するために窓口（システム）に確率λで到着する。ここでいう窓口は、旅行会社のチケット販売窓口やインターネット上の予約Webサイトなどを指す。各期における窓口でのイベント（事象）として到着した顧客は次の４つの行動をとる。（１）高速鉄道のチケットを購入する、（２）他の輸送機関のチケットを購入する、（３）チケットを購入しない、（４）予約をキャンセルする。モデルを簡単にするために、ここではオーバーブッキングとノーショウ（no-show）は考慮しないことにする。

本論文の収益管理モデルを一般的な枠組みの下で考察するために、ここでは同一の路線でサービ

スを提供している輸送機関の数をnとする（例：高速鉄道、航空会社、高速バスなど）。各輸送機関は1日に複数のスケジュールで運行しており、途中駅での顧客の乗車下車を認めないものとする。機関iのj番目のスケジュールをサービス(i, j)と表し、対応するサービスの全座席数をc_{ij}とする。機関iにおける1日のスケジュールの数をm_i、サービス(i, j)の最終スケジュールの出発時刻をt_j^iで表す。例えば、機関iを高速鉄道とすると、$j=1$は始発、$j=m_i$は終電を表す。販売期間の開始時刻を$t=T$、終了時刻を$t=0$とし、期$t\in[T, 0](T>0)$は出発時間までの残り期間を表す。したがって、販売期間とスケジュールの関係は$0=t_{m_i}<\cdots<t_2^i<t_1^i<\cdots<T$となる。各期に1人の顧客が確率$\lambda$で現れ、一人1席までしか購入できないものとする。このとき、各期で次のいずれかのイベントが起きる：（1）顧客が到着し、サービス(i, j)の座席を購入する、 または何も購入しない。（2）すでに購入済みの顧客が予約をキャンセルする。（3）誰も現れない。

仮定 1

各輸送機関は他社の空席情報を知ることができる。

この仮定を完全情報仮定とよび、競争を考慮した動的価格モデルの研究でも同様に設定されている（Lin and Sibdari 2009, Levin et al. 2009）。

時刻tにおけるサービス(i, j)の販売価格を$f_{ij}(t)$とする。ここで、$f_t=\{f_{ij}(t)\}$を$n\times m_{\bar{n}}$の価格行列とする。ただし、$\bar{n}=\mathrm{argmax}_i\{m_i,\ i=1, \cdots, n\}$はスケジュールの数が最も多い輸送機間を表す。ここで、行列f_tの第i列をf_t^iとすると、販売期間全体の機関iの価格政策は$f^i=\{f_t^i,\ 0\le t\le T\}$となる。また、すべての$i,\ j$に対して、$t<t_j^i$または$m_i<j$のときは$f_{ij}(t)=\infty$とする。時刻$t$におけるサービス$(i, j)$の予約数を$x_{ij}(t)$とする。このとき、全輸送機関の予約数を表す$n\times m_{\bar{n}}$行列を$x_t$とすると、輸送機間$i$の全スケジュールの予約数を表すベクトル$x_t^i$は行列$x_t$の第$i$,行となる。また、時刻$t$において空席があるサービスの集合を$\Gamma(x_t^i)\equiv\{1\le j\le m_i \mid c_{ij}+\theta_{ij}-x_{ij}(t)\ge 0\}$とする。したがって、機関$i$は現在の全輸送機関の予約数$x_t$を観察し、サービス$(i, j)\in\Gamma(x_t^i)$の販売価格$f_t^i=\{f_{ij}(x_t, t),\ j=1, \cdots, m_i\}$を設定する。ここで、$\theta_{ij}$はサービス$(i, j)$のオーバーブッキング数とする。もし、サービス$(i, j)$が満席である場合は、$j\notin\Gamma(x_t^i)$、販売価格を$f_{ij}(t)=\infty$とする。

次に、顧客の選択確率を定義する。$p_{ij}(f_t)$を時刻tに到着した顧客がサービス(i, j)を選択する確率、$p_0(f_t)$を到着した顧客が何も購入しない確率とする。このとき、以下の関係が成り立つ：

$$p_0(f_t)+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m_j}p_{ij}(f_t)=1 \qquad for\ all\ t \qquad (1)$$

また、すべてのiとjについて$p_{ij}(f_t)\ge 0$。第3節では、この確率をロジットモデルによって与える。

次に、多期間ゲームにおける均衡解の存在を示すために以下の仮定を設ける。

仮定 2

価格$f_{ij}(t)$は領域$A_i=\left[0,\ \bar{f}_{ij}(t)\right]$上で設定され、さらに$p_{ij}(f_t)|f_{ij}(t)=\bar{f}_{ij}(t)=0$である。ここで、$\bar{f}_{ij}(t)$は価格$f_{ij}(t)$の設定可能な最大の値を表す。

仮定 3

複数の均衡が存在する場合は、各輸送機関はその中から1つの均衡を選択する。

顧客は予約した座席を出発の前にキャンセルすることができる。キャンセルする時刻に応じて変わる返金額をモデルに組み入れるために、ここでは期待返金額を考える（Talluri and van Ryzin, 2004）。ここでは、各機関は返金が生じたときに、出発後ではなく、キャンセルがおこなわれた時点で支払うものとする。$\alpha_{ij}(t)$を時刻tにおけるキャンセル率、η_{ij}を出発時刻がt_j^iであるサービス(i, j)のノーショウ率とする。ここで、$t<t_j^i$のとき、つまり出発後はキャンセル率を0とする、$\alpha_{ij}(t)=0$ 。各期では「顧客1人が到着する」、

「予約客がキャンセルする」、「顧客は来ない」のいずれかの事象が起きるため、以下の関係が成り立つ;

$$\lambda+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m_i}\alpha_{ij}(t)+q_0(t)=1 \qquad (2)$$

ただし、$q_0(t)$ は顧客が現れない事象が起きる割合を表す。期 l にサービス (i,j) をキャンセルしたときの返金額を $\gamma_{ij}(l)$ とする。このとき、期 t にチケットを購入し、期 l $(<t)$ にキャンセルをおこなった顧客に対する返金額は $f_{ij}(t)\gamma_{ij}(l)$ となる。また、予約客が出発時にサービス (i,j) に現れないときの返金額を d_{ij} とする。ここで、すべての $l<t$ に対して $f_{ij}(t)\gamma_{ij}(l)\geq d_{ij}$ とする。

出発時刻の予約数が x であるとき、サービス (i,j) に現れる予約客の数を $S_{ij}(x)$、オーバーブッキングが発生したときの保証額を $\pi_{ij}(x)$ とする。このとき、期 t から出発までの顧客 1 人に対する期待返金額 $G_{ij}(t)$ は以下の再起式で与えられる：

$$\begin{cases} G_{ij}(t)=\alpha_{ij}(t)f_{ij}(t)\gamma_{ij}(t)+\big(1-\\ \qquad \alpha_{ij}(t)\big)G_{ij}(t-1),\ t_j^i<t \text{ のとき、}\\ G_{ij}(t_j^i)=\eta_{ij}\,d_{ij} \end{cases} \qquad (3)$$

この再起式は次のように書き換えることができる：

$$\begin{cases} G_{ij}(t)=f_{ij}(t)H_{ij}(t)+L_{ij}(t),\ t_j^i<t \text{ のとき、}\\ L_{ij}(t)=\eta_{ij}\,d_{ij}\prod_{u=t_j^i+1}^{t}\big(1-\alpha_{ij}(u)\big)\text{、}\\ H_{ij}(t)=\alpha_{ij}(t)\gamma_{ij}(t)+\big(1-\alpha_{ij}(u)\big)H_{ij}(t-1)\text{、}\\ H_{ij}\big(t_j^i\big)=0 \end{cases} \qquad (4)$$

上式において、$L_{ij}(t)$ はノーショウによる期待返金額、$H_{ij}(t)$ はキャンセルによる期待返金額を表す。このとき、サービス (i,j) の価格から期待返金額を引いた利益を $\hat{f}_{ij}(t)=f_{ij}(t)-G_{ij}(t)$ と表す。

補助定理 1

任意の i と j において、$t\geq t_j^i$ のとき $H_{ij}(t)<1$ である。

証明：帰納法により証明する。$t=t_j^i$ のときは、境界条件 $H_{ij}\big(t_j^i\big)=0$ より明らかに成立する。期 $t-1$ において成立を仮定すると、以下が成り立つ：

$$H_{ij}(t)<\alpha_{ij}(t)\gamma_{ij}(t)+1-\alpha_{ij}(t)$$

$$=1-\big(1-\gamma_{ij}(t)\big)\alpha_{ij}(t)\leq 1 \qquad ■$$

注 1

キャンセル率が時刻に依存しないとき、$\alpha_{ij}(t)=\alpha_{ij}$, $H_{ij}(t)$ は以下となる：

$$H_{ij}(t)=\alpha_{ij}\sum_{u=t_j^i+1}^{t}(1-\alpha_{ij})^{t-u}\gamma_{ij}(u) \qquad (5)$$

さらに、キャンセルによる返金額も時刻に依存しないとき、$\gamma_{ij}(t)=\gamma_{ij}$，$H_{ij}(t)=\gamma_{ij}\alpha_{ij}^{t-t_j^i}$，$(t\geq t_j^i)$ となる。

本研究の目的は予約開始時刻 T から出発時刻 0 までの期待収益の総和を最大にするための動的価格政策を求めることである。期 t で、各機関の管理者が全機関の価格と予約状況を観測したとき、それぞれ f_t、x_t である場合に、機関 i の時刻 t から時刻 0 までの総期待収益を $\nu_i(f_t,x_t,t)$ と表す。さらに、$\Phi_i(x_t,t)$ を時刻 t から時刻 0 までの最大総期待収益とする。これらの関数は動的計画法により以下のように定式化される：

$$\Phi_i(x_i,t)=\max_{f_t^i}\phi_i(f_t,x_t,t) \qquad (6)$$

ここで、

$$\begin{aligned}\Phi_i(f_t,x_t,t)=&\ \lambda\nu_i(f_t,x_t,t)\\ &+\sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{m_k}\alpha_{kj}\Phi_i(x_t-e_{kj},\\ &t-1)+q_0(t)\Phi_i(x_t,t-1)\\ &+E\Big[-\pi_{ij}\big(S_{ij}(x_{ij})\big)\\ &-\delta_{ij}\big(c_{ij}-x_{ij}(0)\big)^{+}\Big]\cdot 1_{\{t=t_j^i\}}\end{aligned} \qquad (7)$$

であり、e_{ij} は $n\times m_{\tilde{n}}$ 行列の第 i 行 j 列が 1 であり、その他の成分が 0 の行列、δ_{ij} は運行コストである。式（7）の第 1 項の関数 $\nu_i(f_t,x_t,t)$ は顧客が 1 人到着したときの機関 i の期待収益であり、以下で与えられる；

$$\begin{aligned}\nu_i(f_t,x_t,t)=&\sum_{j=1}^{m_i}p_{ij}(f_t)\big(\hat{f}_{ij}(t)+\Phi_i(x_t\\ &+e_{ij},t-1)\big)+\sum_{k\neq i}^{n}\sum_{j=1}^{m_k}\\ &p_{kj}(f_t)\Phi(x_t+e_{kj},t-1)\\ &+p_0(f_t)\Phi_i(x_t,t-1)\end{aligned} \qquad (8)$$

境界条件は

$$\Phi_i(x_t,\,0)=\begin{cases}E\Big[-\pi_{im_i}\Big(S_{im_i}(x_{im_i})\Big)\\ -\delta_{im_i}\Big(c_{im_i}-x_{im_i}(0)\Big)^+\Big],\\ t=t_{m_i}=0\ \text{のとき、}\\ 0,\ \text{その他}\end{cases}\qquad(9)$$

式（2）より、 式（7）を変形すると

$$\phi_i(f_t,x_t,t)=\lambda\tilde{\phi}_i(f_t,x_t,t)+\phi_i(x_t,t)\qquad(10)$$

を得る。ただし、

$$\tilde{\phi}_i(f_t,x_t,t)=\textstyle\sum_{j=1}^{m_i}p_{ij}(f_t)\Big(\hat{f}_{ij}(t)+\varDelta_{ij}\Phi(x_t,t-1)\Big)+\sum_{k\neq i}^{n}\sum_{j=1}^{m_k}p_{kj}(f_t)\varDelta_{kj}\Phi_i(x_t,t-1)\qquad(11)$$

$$\phi_i(x_t,t)=\Phi_i(x_t,t-1)-\textstyle\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m_i}\alpha_{ij}(t)\varDelta_{ij}\Phi_i(x_t-e_{ij},t-1)-E\Big[\pi\Big(S_{ij}(x_{im_i})\Big)\Big]\cdot 1_{\{t=t_j^i\}}\qquad(12)$$

さらに、$\varDelta_{ij}\Phi_i(x_t,t)=\Phi_i(x_t+e_{ij},t)-\Phi_i(x_t,t)$

ここで、$-\varDelta_{ij}\Phi_i(x_t,t)$ はサービス（$i,\ j$）の限界収益を表す。これより、式（6）は

$$\Phi_i(x_t,\ t)=\lambda\max_{f_t^i}\Big\{\tilde{\phi}_i(f_t,x_t,t)\Big\}+\phi_i(x_t,\ t)\qquad(13)$$

となる。

***定理 1*（Levin, McGill and Nediak, 2009）**

仮定２、３の下で、ナッシュ均衡が唯一つ存在する。

注 2

式（13）において $n=1$ かつすべての $i,\ j,\ t$ において $\alpha_{ij}(t)=0$ のとき、複数スケジュールを持つ企業が市場で独占であるモデル（Dong et al. 2009, Zhang and Cooper 2009）に退化する。また、$m_i=1$ かつすべての $i,\ j,\ t$ において $\alpha_{ij}(t)=0$ のとき、寡占市場において各企業が１つのスケジュールを販売するモデル（Lin and Sibdari 2009）に退化する。

4．動的価格決定モデルにおける最適政策

本節では、ロジットモデルにより前節で定義した顧客の選択確率 $P_{ij}(f_t)$ と $P_0(f_t)$ を与え、最適価格政策を導出する。価格 f_{ij} でサービス（$i,\ j$）を選択した顧客の効用を

$$U_{ij}=w_{ij}-\beta f_{ij}+\epsilon_i\qquad(14)$$

購入しない場合の効用を

$$U_0=u_0+\epsilon_0\qquad(15)$$

とする。ここで、w_{ij} は価格 f_{ij} 以外に選択に影響を与える要因を表すパラメータ、ϵ_i は平均０、分散 $\frac{1}{6}\mu^2\pi^2$ の独立で同一なガンベル分布に従う確率変数を表す。例として、顧客の選好が機関特有の要因 b_{ij}（例：ターミナルまでのアクセスの良さ、信頼度、快適性など）、総移動時間 T_i、自宅からターミナルまでの移動費用 $\bar{f}$、運行本数 m_i により決められるとき、w_{ij} は次のように与えられる；

$$w_{ij}=b_{ij}-\beta_1\bar{f}_i+\beta_2 m_i+\beta_3 T_i\qquad(16)$$

ただし、β_k, $k=1,2,3,$ は各要因の重みを表すパラメータである。これらのパラメータは最尤法（Cramer 2003を参照）や統計ソフト（Ｒのパッケージ“mlogit”など）によってデータから求めることができる。

このとき、到着した顧客がサービス（$i,\ j$）を選択する確率と何も選択しない確率はそれぞれ

$$p_{ij}(f_t)=\frac{e^{\frac{w_{ij}-\beta f_{ij}}{\mu}}}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m_i}e^{\frac{w_{ij}-\beta f_{ij}}{\mu}}+e^{\frac{\mu_0}{\mu}}}\qquad(17)$$

$$p_0(f_t)=\frac{e^{\frac{\mu_0}{\mu}}}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m_i}e^{\frac{w_{ij}-\beta f_{ij}}{\mu}}+e^{\frac{\mu_0}{\mu}}}\qquad(18)$$

で与えられる。ここで、u_0 は購入しないときの効用を表す（Anderson et al 1992を参照）。

最大期待収益関数 $\Phi_i(x_t,\ t)$ は f_t^i について準凹関数でないことが知られているため（反例は Hanson and Martin 1996を参照）、最適価格を得ることができない。そこで、Dong et al. (2009) と同様に、価格空間 $R^{m_1+\cdots+m_n}\cap\{+\infty\}$ と確率

空間 $\Theta = \{p_0, p_{ij}, i = 1, \cdots, n, j = 1, \cdots, m_j\} \epsilon [0, 1)^{m_1 + \cdots + m_n} \times (0, 1]$ の 1 対 1 写像により、最適価格を求める代わりに最適確率を求め、それを価格に変換することで最適価格を求める。

式（17）と式（18）より、$p_{ij}(f_t)/p_0(f_t) = \exp\{(w_{ij} - \beta f_{ij} - u_0)/\mu\}$ を得る。したがって、

$$f_{ij} = \frac{1}{\beta}\left(w_{ij} - u_0 - \mu \log p_{ij} + \mu \log p_0\right) \tag{19}$$

式（19）を式（11）に代入すると、最大期待収益関数は確率に関する関数となる：

$$\tilde{\phi}_i(p_t, x_t, t) = \sum_{j=1}^{m_i} p_{ij}\left\{\frac{1}{\beta}\bar{H}_{ij}(t)\left(w_{ij} - u_0 - \mu \log p_{ij} + \mu \log p_0\right) - L_{ij}(t)\right\} + \sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{m_k} p_{kj} \Delta_{kj}\Phi_i(x_t, t-1) \tag{20}$$

ここで、$p_t = \{p_{ij}(f_t)\}$ は確率行列、$\bar{H}_{ij}(t) = 1 - H_{ij}(t)$ とする

補助定理 2

総期待収益 $\tilde{\phi}_i(p_t, x_t, t)$ は $p_t^i \in [0,1)^{m_i} \times (0,1]$ について凹関数である。

定理 2

期 t において予約数が x_t のとき、サービス (i, j) の最適価格は

$$f_{ij}^*(x_t, t) = \frac{\mu}{\beta} + \frac{1}{\bar{H}_{ij}(t)}\left(L_{ij}(t) - \Delta_{ij}\Phi_i(x_t, t-1) + \tau_i(t)\right) \tag{23}$$

ここで、$\tau_i(t)$ は次の方程式の唯一解である；

$$\frac{\beta\tau_i(t)}{\mu}\exp\left(\frac{u_0 + \mu}{\mu}\right) - \sum_{j=1}^{m_i} \bar{H}_{ij}(t) \exp\left\{w_{ij} - \frac{\beta}{\bar{H}_{ij}(t)}\left(L_{ij}(t) - \Delta_{ij}\Phi_i(x_t, t-1) + \tau_i(t)\right)\right\} = 0 \tag{24}$$

ただし、$\bar{H}_{ij}(t) = 1 - H_{ij}(t)$

証明は省略する。

式（23）と $\tau_i(t) = \frac{\mu}{\beta p_0^*}\xi_i(t)$ より、サービス (i, j) の価格から期待返金額を引いた利益 $\hat{f}_{ij}(t) = f_{ij}(t) - G_{ij}(t)$ は

$$\hat{f}_{ij}^*(x_t, t) = \left(1 + \frac{p_0(f_t^*)}{\sum_{l \neq j}^{m_j} p_{il}(f_t^*)\bar{H}_{il}(t)}\right)\tau_i(t) - \Delta_{ij}\Phi_i(x_t, t-1) \tag{25}$$

で与えられる。さらに、式（20）、（27）と $\tau_i(t) = \frac{\mu}{\beta p_0^*}\xi_i(t)$ より

$$\Phi_i(x_t, t) = \tau_i(t) - \sum_{k \neq i}^{n}\sum_{j=1}^{m_k} p_{kj}(f_t^*)\left(\tau_i(t) - \Delta_{kj}\Phi_i(x_t, t-1)\right) + \phi_i(x_t, t) \tag{26}$$

式（26）の $-\Delta_{kj}\Phi_i(x_t, t-1)$, $k \neq i$ は次の期 $t-l$ に到着した顧客が他の機関を選択することによる機関 i の限界収益を表し、$\tau_i(t)$ は機関 i が時刻 t で 1 座席販売することの全収益に対する価値を表す。したがって、第 2 項は顧客が他機関を選択することで起きる機会損失を表している。

次に、最適価格に関する定性的な性質を示す。

補題 1

（ⅰ）任意の i, j について $\Delta_{ij}\Phi_i(x_t, t-1)$ が x_{ij} について減少関数ならば、式（24）を満たす $\tau_i(t)$ は x_{ij} について減少関数である。

（ⅱ）最適価格 $f_{ij}^*(x_t, t)$ は μ について増加関数である。

補題 2

サービス (i, j) の座席数が十分にあり（すべての t に対して $t \leq c_{ij} - x_{ij}(t)$）、運行コストとオーバーブッキングを考慮しないとき（すべての i, j について $\delta_{ij} = \theta_{ij} = 0$）、

（ⅰ）$\alpha_{ij}(t) = \alpha_{ij}$ かつ $\gamma_{ij}(t) = \gamma_{ij}$ ならば、最適価格から期待返金額を引いた利益 $\hat{f}_{ij}^*(x_t, t)$ は α_{ij} と γ_{ij} について減少関数である。

（ⅱ）すべての i, j, t について $\alpha_{ij}(t) = 0$ のとき、最適価格は固定価格となる：

$$f_{ij}^*(x_T, T) = \frac{\mu}{\beta} + \eta_{ij}d_{ij} + \tau_i \tag{27}$$

ここで、τ_i は次の方程式の唯一解である；

$$\frac{\beta\tau_i}{\mu}\exp\left(\frac{u_0+\mu}{\mu}\right)=\sum_{i=1}^{m_i}\exp\{w_{ij}-\beta(\eta_{ij}d_{ij}+\tau_i)\} \quad (28)$$

5．数値計算

数値計算では、ある時間帯の新幹線１ダイヤと航空１便の間の競争を考える。動的価格政策と固定価格政策を比較するために、固定価格決定モデルを定式化したあと、数値計算をおこなう。

5．1　固定価格決定モデルの定式化

固定価格決定モデルは各機関がそれぞれ販売開始前に価格を設定し、出発時までその価格で販売をおこなうモデルである。他社 $j(j\neq i)$ の座席が売り切れる時刻を $\hat{t}$ とする。$T\leq\hat{t}$ のとき、機関 i の期待収益は

$$\phi_j^1(c_i,f_i,T)=f_iE[\min\{N_i(T),c_i\}]-\delta_iE[(c_i-N_i(T))^+] \quad (29)$$

ここで、$N_i(T)$ は機関 i の需要量を表す確率変数であり、パラメータ λp_iT のポアソン分布に従う。また、p_i は機関 i を選択する確率であり、ここでは各機関は１つのスケジュールのみ提供するため、式（17）にて $j=1$ とおいた確率である、$p_i=p_{i1}$．$0\leq\hat{t}\leq T$ のときは、他社の座席が売り切れる前後で顧客の選択確率が変わるため、機関iの期待収益は

$$\phi_i^2(c_j,f_i,T)=\int_0^T P_j(c_j,s_j)\sum_{k=0}^{c_i-1}P(N_i(s_j)=k)\left[f_ik+\tilde{\phi}_i^1(c_i-k,f_i,T-s_j)\right]ds_j \quad (30)$$

と表される。ここで、$P_j(c_j,t)$ はパラメータ（c_j，λp_jt）のガンマ分布に従う。関数 $\tilde{\phi}_i^1(\cdot,\cdot,\cdot)$ は関数 $\phi_i^1(\cdot,\cdot,\cdot)$ の p_i において $f_j=\infty$ としたときの関数である。式（29）と（30）より、機関 i の最大総期待収益は

$$\Psi_i(c_i,c_j,T)=\max_{f_i}\{\phi_i^1(c_j,f_i,T)P(T\leq\hat{t}+\phi_i^2(c_j,f_i,T)\} \quad (31)$$

上式の一階の条件より、最適価格 f_1^*, f_2^* を求める。

5．2　パラメータの設定

新幹線と航空機のシェアが55：45である名古屋－福岡間を対象に数値計算をおこなう。旅行者の出発地は名古屋駅、目的地を博多駅とする。効用関数は価格、旅行時間、運航頻度からなり、$U_i=-\beta_1f_1+\beta_2m_i+\beta_3T_i+\epsilon$ と表される。効用関数の各パラメータはOum（2009）より $\beta_1=0.3569$, $\beta_2=0.0957$, $\beta_3=-0.3764$を用いる。また、名古屋－福岡間における新幹線と航空機の移動時間はそれぞれ３時間20分、２時間45分である（$T_1=3.3$, $T_2=2.75$）。ただし、乗客は空港に30分前に到着し、駅と空港間のアクセスコストは1,500円と仮定する。（図１を参照）。１日の運航本数は $m_1=35$, $m_2=12$。新幹線の座席数は博多行きの車両における名古屋での空席数（指定席）とし、１日の乗客数（国内幹線純流動調査データ（2005））をもとに求めると $c_1=377$となる。また、航空機の座席数は $c_2=176$である。計算時間を短縮するために、ここでは、複数席を１つの座席に集約したモデルを用いて分析を行う。集約モデルでの１席に対応する実際の座席数（bin size）を10席とすると、集約モデルでは（c_1，c_2）＝（38, 18）と

表１：現在の新幹線（のぞみ）の運賃

（単位：百円）

	出発日まで		7日前
チケットの種類	指定席	自由席	指定席
普通運賃	180	170	180
往復割引運賃	169	159	169
EX-IC（エクスプレス割引）	162	---	140
事前予約＋往復割引	---	---	130

表２：現在の航空運賃と予約期限

（単位：百円）

出発日	1 日前	3 日前	7 日前	28日前	45日前
257	151	---	---	134	124
	158	170			
	163	159			

表３：各料金クラスにおける保護座席数

（単位：百円）

料金クラス	価格（百円）	予約時期	需要の平均	保護座席数
1	257＋15	出発まで	0.04	1
2	158＋15	1 日前	2.79	7
3	134＋15	28日前	2.15	10
4	124＋15	45日前	2.26	18

※価格には駅と空港間のアクセスコスト1,500円を加えたものを利用

なる。また、新幹線と航空機の運賃販売期間を $T=200$、到着確率を $\lambda=0.4$ とする。１席あたりの運行コストを有効座席キロ数に営業キロを掛けて求めると $(\delta_1, \delta_2)=(32, 66)$ となる（単位：百円）。

現在の名古屋－福岡間における新幹線（のぞみ）の価格は18,030円であり、会員制割引や往復割引などは考慮しないものとする。航空会社は様々な利用条件をもとに10種類の運賃クラスを販売しているが、ここでは予約時期の条件のみに限定し、4つのクラスに分類する（表１、２参照）。各運賃クラスへの保護座席数は発見的方法であるEMS Rb（Belobaba 1992）を用いて求めた。各クラスの保護座席数は表３となる。

５．３　数値結果と考察

第３節で求めた動的価格決定モデルと第４節の固定価格決定モデルを用いて、現在の運賃制度における期待収益と次の４つのケースに対する期待収益との比較をおこなう。

現　在　：新幹線は一定価格、航空会社はリスト型価格

ケース（ｉ）：新幹線の運賃が現在の一定価格で、航空会社が変動価格制を導入したとき。

ケース（ii）：新幹線が変動価格制、航空会社が現在のリスト型価格で販売したとき。

ケース（iii）：新幹線、航空機ともに固定価格制で販売をおこなうとき。

ケース（iv）：新幹線、航空機がともに変動価格制で販売をおこなうとき。

図１は運行コストを考慮しない場合の現在の価格政策と各ケースとの期待収益の比較をおこなった結果である。航空会社が現在のリスト型価格で販売しているとき、動的価格は有効であることがわかる（ケース（ii））。また、ケース（iii）とケース（iv）より、最適価格で販売する航空会社が市場に現れたとき、新幹線の収益は減少するが、動的価格を適用した場合（ケース（iv））の方が減少率は小さい。

図２は運行コストを考慮した場合の現在の価格政策と各ケースとの期待収益の比較をおこなった結果である。運行コストを考慮したときは、動的価格制による収益の増加率が運航コストを考慮しないときよりも大きいことがわかる。

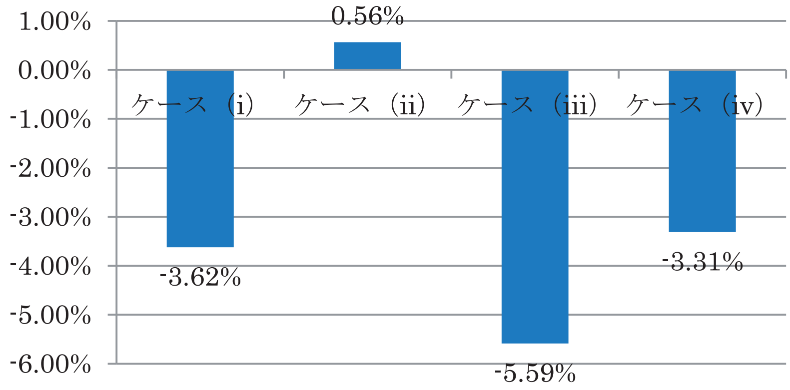


図１：現在の価格政策と各ケースの期待収益の比較（運行コストなし）

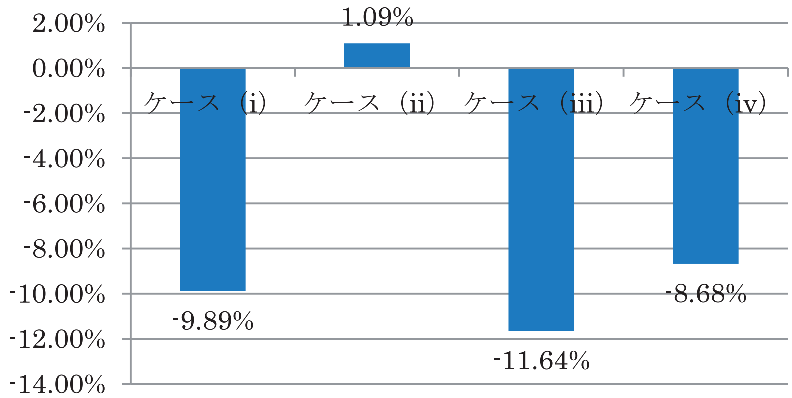


図２：現在の価格政策と各ケースの期待収益の比較（運行コストあり）

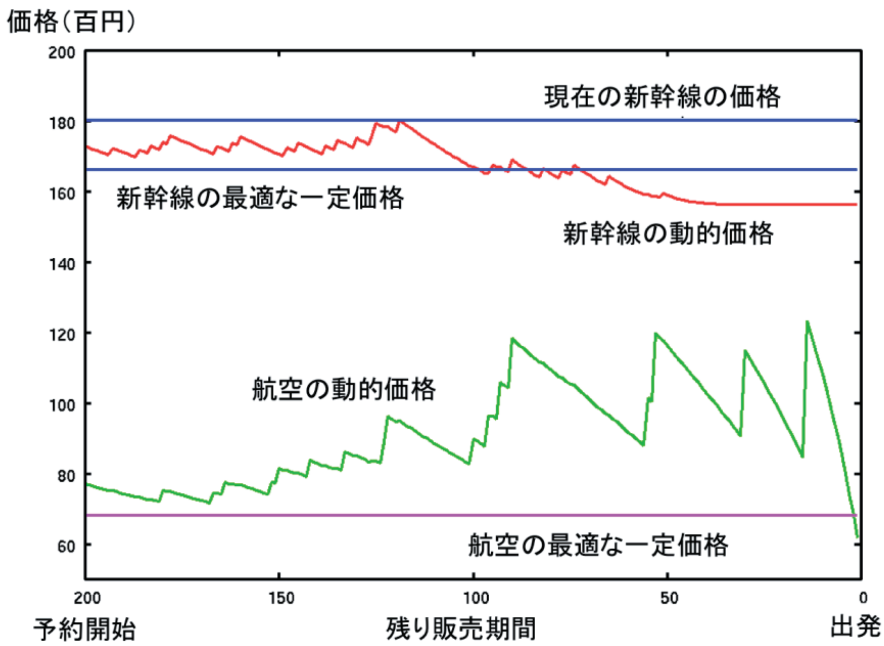


図３：各機関における固定価格制と動的価格制の最適価格

図３は、需要のサンプルを作成し、予約期間を通して最適な固定価格と動的価格が需要に対してどのように変化するかを示したものである。この図から最適な航空運賃の動的価格は新幹線の動的価格よりも変動が大きいことがわかる。また、最適な航空運賃は固定価格と動的価格ともに、新幹線の価格の約半分であることがわかる。

６．リニア中央新幹線を導入した場合

輸送機関をｎ＝４とし、ｉ＝１を現行の新幹線、ｉ＝２をＦＳＡ、ｉ＝３をＬＣＣ、ｉ＝４をリニアとして効用関数のパラメータは新幹線とリニアは同一と仮定して、顧客の輸送機関に対する効用関数、および顧客が輸送機関iを選択する確率をそれぞれ前節と同様に計算する。収益管理モデルおよびパラメータより推定した東京―大阪間における各輸送機関（移動手段）のシェア（分担率）は、図４上段のとおりである。ただし、リニアの料金を15,050円、所要時間を1.867時間、運行頻度を72本／日（乗車時間は67分、運行頻度４本／ｈ×18ｈ）と仮定した。図４下段より、現在公表されている東京―大阪間の料金を15,050円と設定されているリニアの価格に対して最適な一定価格は21,768円となり、大幅に高い価格設定が適正であるという結果が得られた。これは、図４上段よりリニアが開通した場合、所要時間と運行頻度の観点から東京―大阪間のシェアは、ほぼリニアが圧倒的に占有する結果が予想されるからである。

次の図５は、東京―大阪間における旅客の移動手段が高速鉄道、航空機、バス・自動車の３つの場合と移動手段がリニア、ＦＳＡ、ＬＣＣ、バス・自動車の４つの場合について、それぞれの動的価格について数値計算したものである。価格については特に大きな差は観察されない。むしろ価格は残存販売期間が在庫数に依存するため、在庫が減った時の期待収益の差によってその影響が出てくると考えられる。図５の下段は、リニアが導入された場合の動的価格政策と一定価格を残存期間の関数としてグラフに描いたものである。

顧客の効用関数

$$\text{新幹線：}\quad U_1^{od} = w_1 - \beta_1 r_1^{od} + \alpha_{11} f_{11}^{od} + \alpha_{12} f_{12}^{od}$$

$$\text{FSA：}\quad U_2^{od} = w_2 - \beta_2 r_2^{od} + \alpha_{21} f_{21}^{od} + \alpha_{22} f_{22}^{od}$$

$$\text{LCC：}\quad U_3^{od} = w_3 - \beta_2 r_3^{od} + \alpha_{21} f_{31}^{od} + \alpha_{22} f_{32}^{od}$$

$$\text{リニア：}\quad U_4^{od} = w_4 - \beta_1 r_4^{od} + \alpha_{11} f_{41}^{od} + \alpha_{12} f_{42}^{od}$$

$$\text{バス・自動車：}\quad U_0^{od} = w_0 - \beta_0 r_0^{od} + \alpha_{01} f_{01}^{od}$$

東京—大阪における
リニアのデータ（仮定）
料　　金：15,050円
所要時間：1.867 h
運航頻度：72本／日

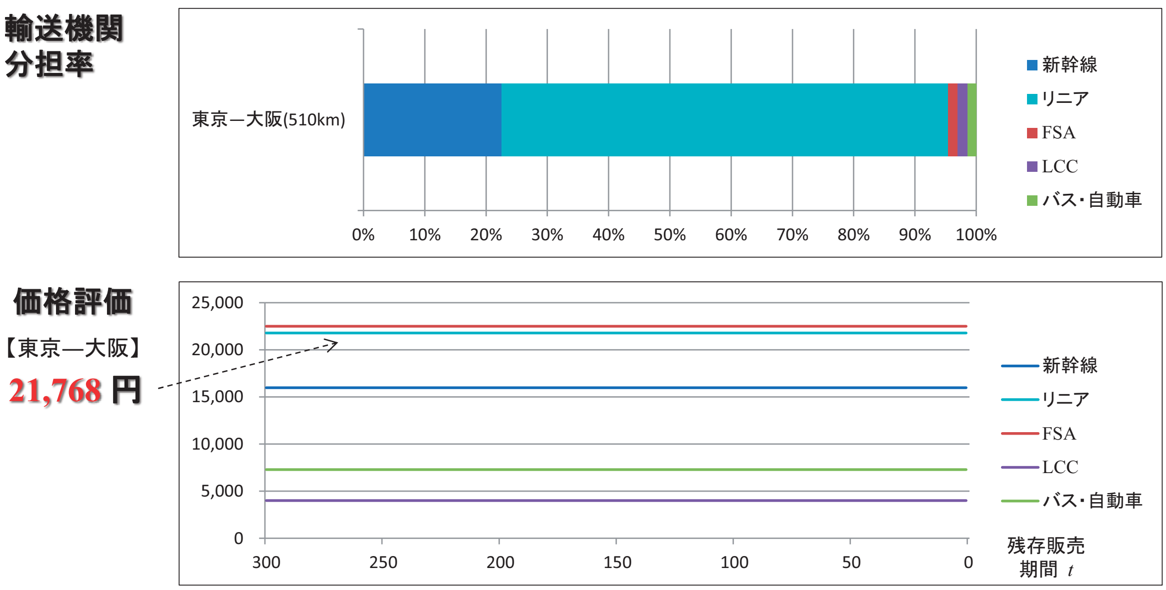


図４　東京－大阪間における各輸送機関のシェア（上段）と一定価格（下段）

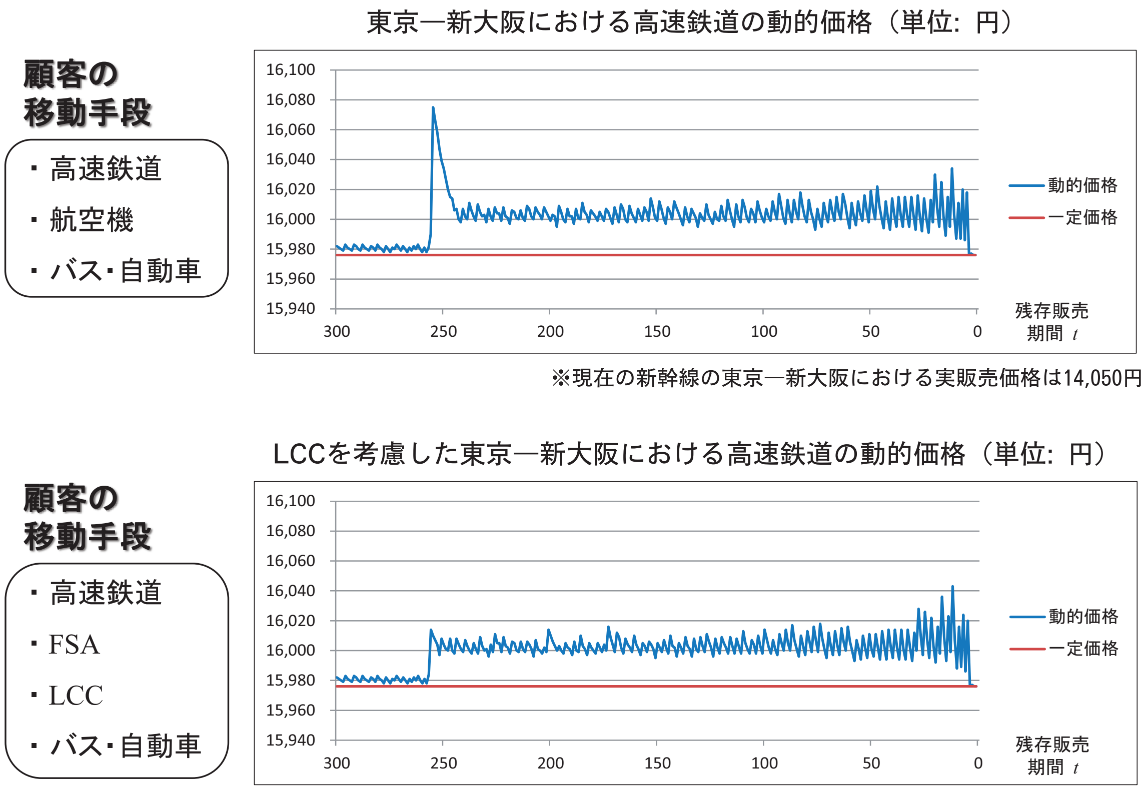


図５　新幹線（東京―大阪間）の動的価格と一定価格の比較

7．まとめと今後の課題

本研究では、ＬＣＣとの競合を想定して高速鉄道の最適な動的価格政策を導出し、解析的な分析と数値計算によってその性質を考察した。競合路線が存在する場合、特に、航空機との競合が必至である区間においては、距離にかかわらず現在の料金より低い料金設定を行い、そうでない区間では高い料金設定が収益に貢献することがわかり、これは我々の経済的直観とも一致する。さらに、東京－大阪間に対してリニアを導入した場合の各輸送機関のシェアについても数値計算をおこない、動的価格政策の期待収益に対する効果を分析した。その結果、リニアが大きなシェアを占めることが予想される。高速鉄道がリスト型価格制を適用するフルサービスキャリアと競合する場合、動的価格制により収益が増加することが確認された。また、航空会社の最適価格は新幹線の運賃の半額程度となり、航空の最適価格に近い値段で販売する格安航空会社などがこの路線に就航した場合、新幹線の収益率は減少する結果となった。

今後の課題として、競合輸送機関の残存座席数をリアルタイムに知ることが困難な場合、競合輸送機関のリアルタイム料金情報に基づいた残存座席数の分布を推定することである。動的価格決定モデル（ＬＣＣ）の収益と固定価格モデル（高速鉄道）の収益とを比較することによって、動的価格政策の採用が収益上優位となる競争条件を明らかにすることである。また、空席状況の正確な情報を公開していない輸送機関が市場に存在する場合には、ここでのモデルをそのままの形で適用できないため、他社の価格情報のみを利用した価格決定モデルの構築をおこなう必要がある。次に、現実的規模の問題を解くための近似解法プログラムの開発が必要である。動的価格を導出するためにすべての時刻と在庫量について計算する必要があり、販売期間と在庫量が大きくなると膨大な計算時間を必要とする。動的価格政策の定性的性質を反映したアルゴリズムを開発することで、問題の規模が大きくなっても瞬時に計算できる計算アルゴリズムの構築が望まれる。また、パラメータ推定に必要なデータ収集が困難である場合は、利

用できるデータに合わせてモデルを定式化し直す必要がある。最後に、本研究では動的価格政策が固定価格政策よりも効果的であることを数値的に示したが、定性的に示すことで路線ごとにどのような価格政策を適用するのがよいかを決定する基準を本モデルは与えている。

参考文献

Adler, N., Pels, E. and Nash, C. (2010) 'High-speed rail & air transport competition: game engineering as tool for cost-benefit analysis', *Transportation Research Part B: Methodological,* 44 (7): 812-833.

Anderson, S.P., Palma, A. and Thisse, J. (1992) *'Discrete choice theory of product differentiation'* MIT Press, Cambridge, MA.

Armstrong, A. and Meissner, J. (2010) *'Railway revenue management: overview and models'*, Working paper (available at http://www.meiss.com), Lancaster University Management School.

Chen, F.Y., Yan, H. and Yao, L. (2004) 'A newsvendor pricing game', *IEEE Trans Syst Man Cybernetics Part A: Systems and Humans*, 34: 450-456.

Clever, R. and Hansen, M.M. (2008) 'Interaction of air and high-speed rail in Japan', *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2043: 1-12.

Cramer, J.S. (2003) '*Logit Models from Economics and Other Fields*', Cambridge University Press.

Currie, C.S.M., Chang, R.C.H. and Smith,H.K. (2008) 'Dynamic pricing of airline tickets with competition', *Journal of the Operational Research Society*, 59: 1026-1037.

Dong, L., Kouvelis, P. and Tian, Z. (2009) 'Dynamic pricing and inventory control of substitute products', *Manufacturing & Service Operations Management*, 11: 317-339.

Hansen, M. (1990) 'Airline competition in a hub-dominated environment: an application of noncooperative game theory', *Transportation Research B*, 24: 27-43.

Hanson, W. and Martin, K. (1996) 'Optimizing multinomial logit profit functions', *Management Science*, 42: 992-1003.

Kolstand, C. and Mathiesen, L. (1987) 'Necessary and sufficient condition for uniqueness of a cournot equilibrium', *The Review of Economic Studies*, 54: 681-690.

Levin, Y., McGill, J. and Nediak, M. (2009) 'Dynamic pricing in the presence of strategic consumers and oligopolistic competition', *Management Science*, 55: 32-46.

Li, J.-S. and Chen, S. (2009) 'Real-time dynamic pricing for multiproduct models with time-dependent customer arrival rates', *Proceedings of the 2009 conference on American Control Conference*, 2196-2201.

Lin, K. and Sibdari, S. (2009) 'Dynamic price competition with discrete customer choices', *European Journal of Operational Research*, 197: 969-980.

Oum,Tae H., 'Air Transport Liberalization in Northeast Asia and Impact on Intercity and Airport Slot Allocation Policy', Working paper, Special Research Team in ATRS,September19,2009.

Park, Y. and Ha, H.-K. (2006) 'Analysis of the impact of high-speed railroad service on air transport demand', *Transportation Research Part E*, 42: 95-104.

Román, C., Espino, R. and Martín, J.C. (2007) ‘Competition of high-speed train with air transport: The case of Madrid-Barcelona’, *Journal of Air Transport Management*, 13: 277-284.

Sibdari, S., Lin, K.Y. and Chellappan, S. (2008) ‘Multiproduct revenue management: An empirical study of Auto Train at Amtrak’, *Journal of Revenue and Pricing Management*, 7: 172-184.

Subramanian, J., Stidham, S. and Lautenbacher, C.J. (1999) ‘Airline yield management with overbooking, cancellations, and no-shows’, *Transportation Science*, 33: 147-167.

Talluri, K. and van Ryzin, G. (2004) *‘The Theory and Practice of Revenue Management’* Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London.

Xu, X. and Hopp, W.J. (2006) ‘A monopolistic and oligopolistic stochastic flow revenue management model’, *Operations Research*, 54: 1098-1109.

Zhang, D. and Cooper, W.L. (2009) ‘Pricing substitutable flights in airline revenue management’, *European Journal of Operational Research*, 197: 848-861.

国土交通省：「交通輸送機関別都道府」(http://www.mlit.go.jp/seisakutokatsu/jyunryuudou/)

国土交通省：「ETCの利用状況」

国土交通省：「全国幹線旅客純流動調査」(http://mlit.go.jp/seisakutokatsu/jyunryuudou/report_ja/h17_report09.pdf) 2013年1月アクセス